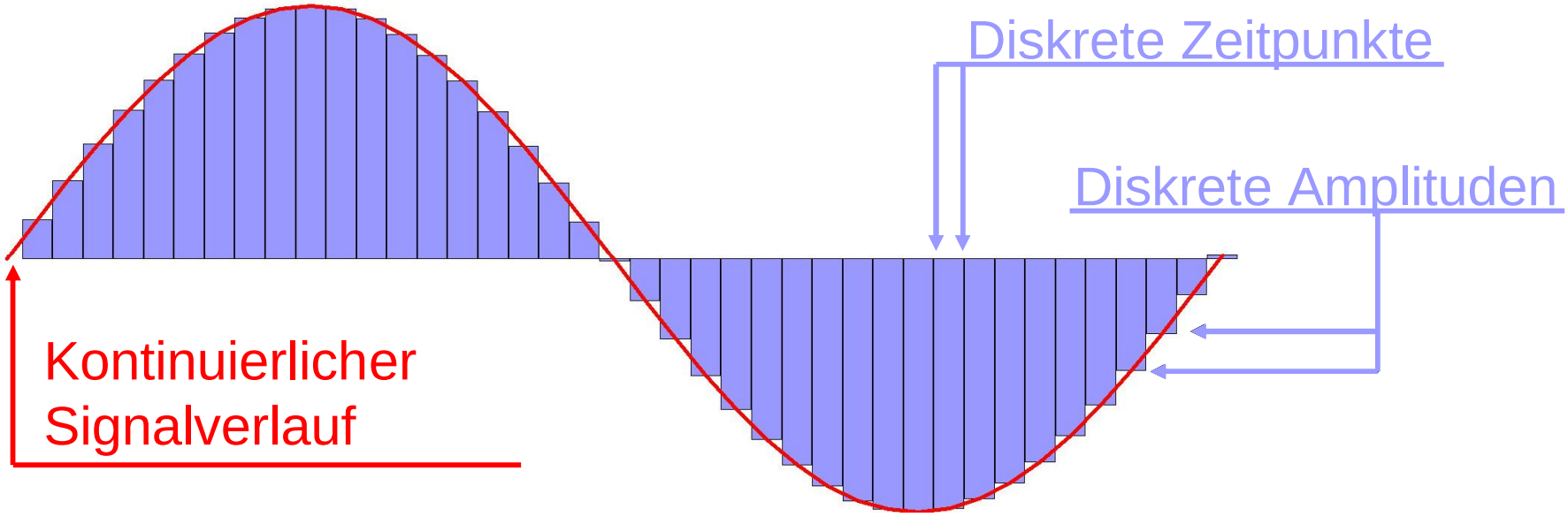
Digitale Signalverarbeitung für Einsteiger - Teil 4

Von Spektren, Kurzwellensignalen und Fledermäusen

Dipl.-Ing. Erich H. Franke, DK6II
erich.franke@afusoft.com

57. Weinheimer UKW-Tagung 2012

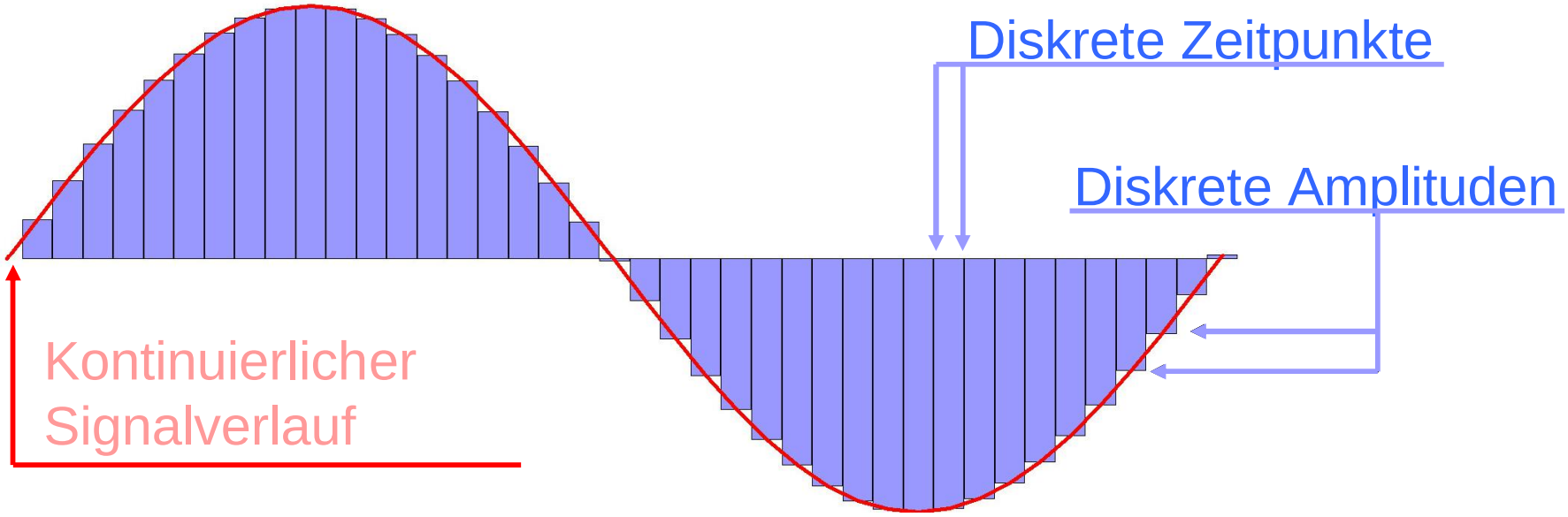
Diskret vs. kontinuierlich



Analoge Signale besitzen einen *kontinuierlichen* Verlauf:

- Zwischen zwei beliebige Zeitwerte passen beliebig viele weitere
- Zwischen jeweils zwei Amplitudenwerte passen beliebige Zwischenwerte

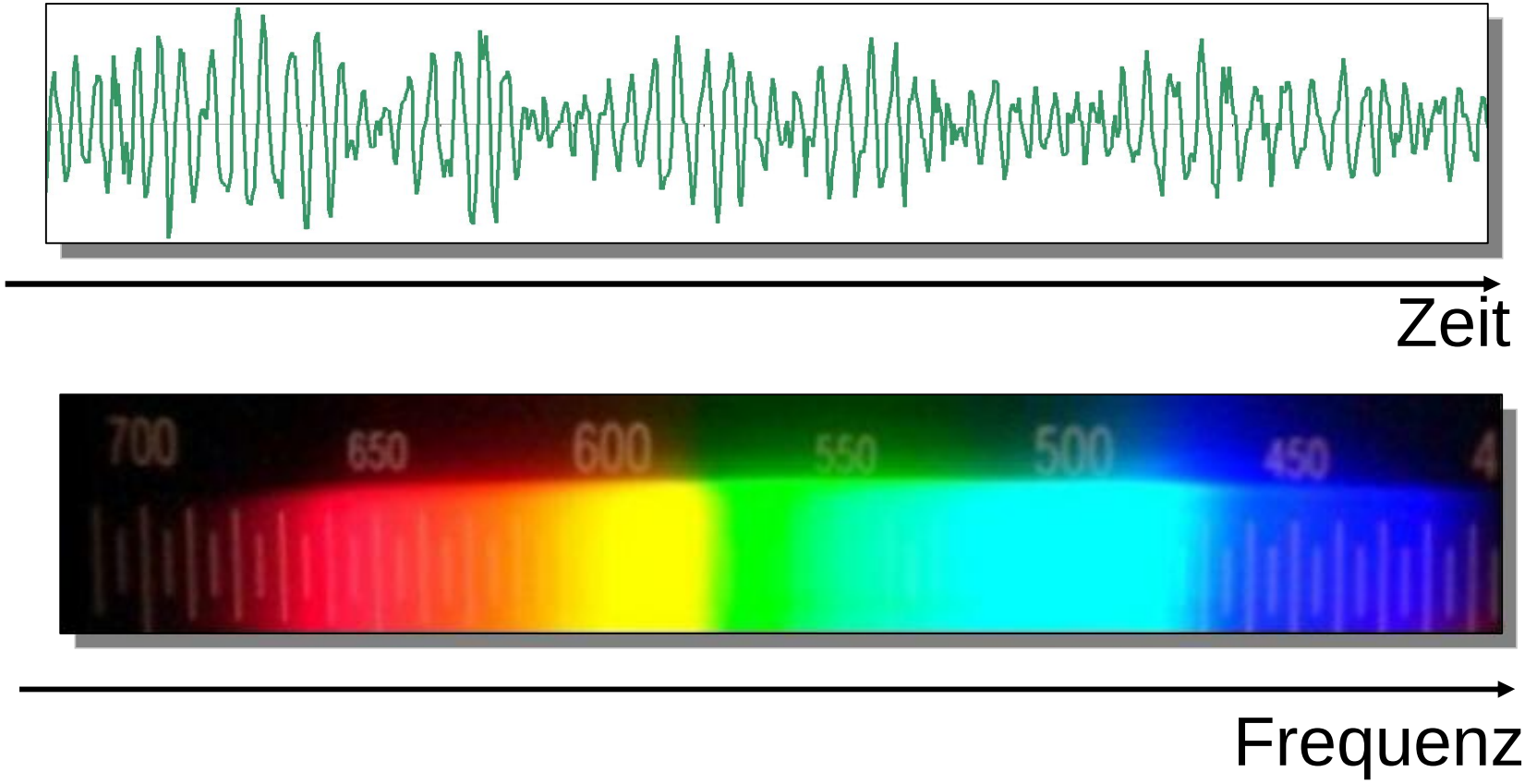
Diskret vs. kontinuierlich



Nach der Quantisierung durch einen Abtaster

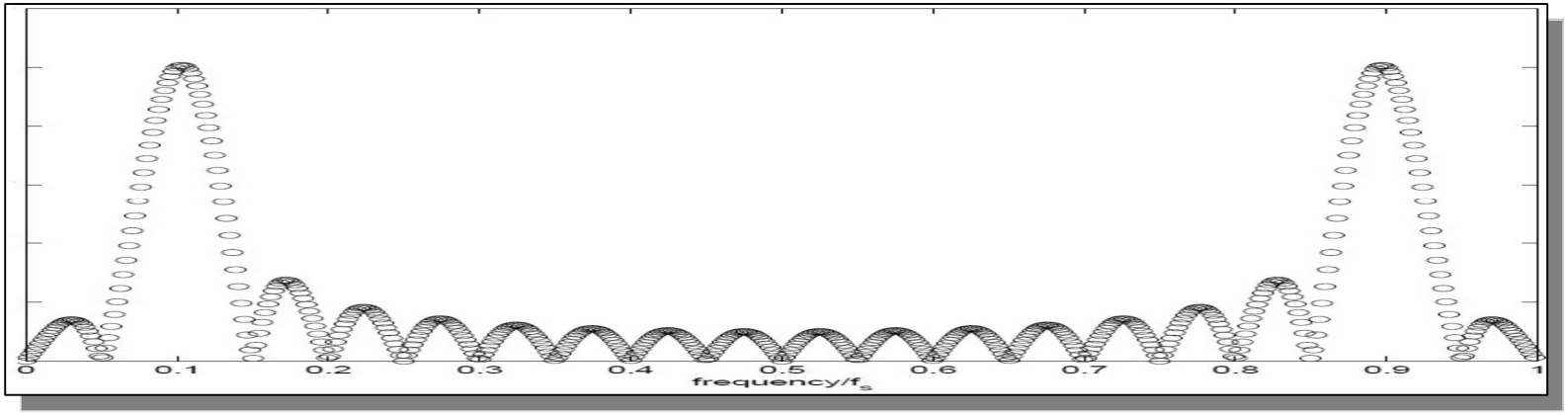
- Verändern sich Amplitudenwerte nur zu *diskreten* Zeiten
- Amplituden können nur bestimmte *diskrete* Werteschritte annehmen
- Informationen „zwischen“ den Abtastungen gehen verloren!

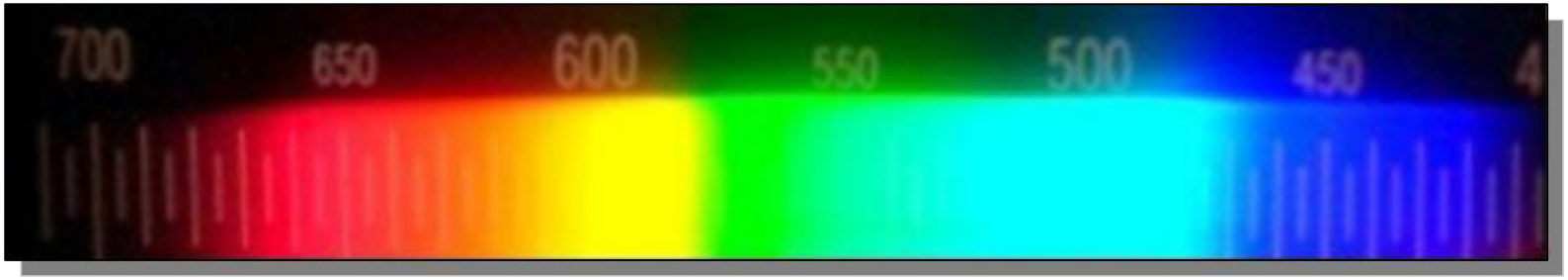
Zeitbereich / Frequenzbereich



Das Spektrum zeigt die Intensitätsverteilung über der *Frequenz* jeweils zum gleichen Zeitpunkt

„Diskrete“ Spektren

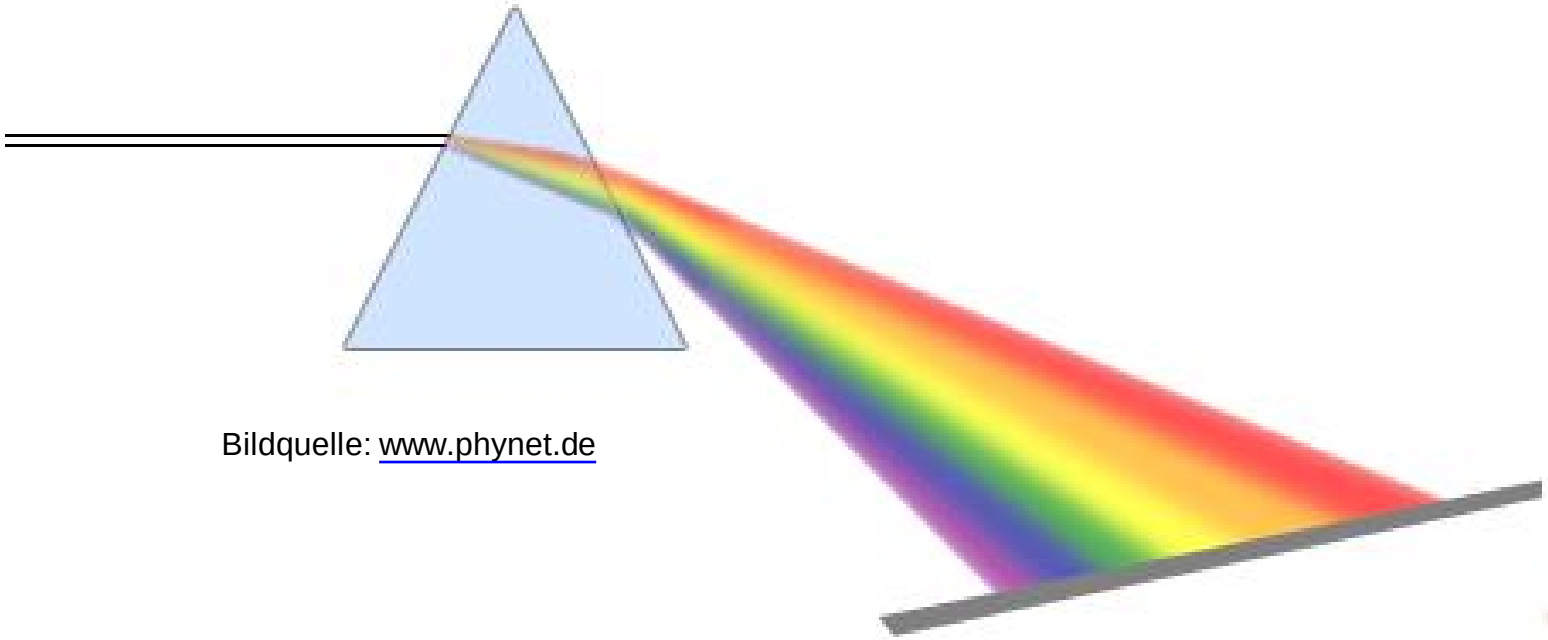




Frequenz

Spektren können diskret oder kontinuierlich sein

Erzeugen / Berechnen von Spektren



Bildquelle: www.phynet.de

Die „klassische“ Methode der Lichtzerlegung funktioniert analog / kontinuierlich

Erzeugen / Berechnen von Spektren

Die Berechnung des kontinuierlichen Spektrums einer geschlossenen („mathematischen“) Funktion *x(t)* kann man mittels Fourier-Transformation durchführen:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Unsere Probleme damit:

- Ein Signal aus der Wirklichkeit folgt nicht einer klar definierten mathematischen Funktion!
- Wir besitzen immer nur einen Ausschnitt des Signals, nie aber alle Werte zwischen $-\infty \leq t \leq +\infty$!
- Unser Signal ist häufig quantisiert und nur für diskrete Zeitpunkte und Amplituden vorhanden

Berechnen von Spektren aus diskreten Signalen

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Lies: So berechnet sich die Spektrallinie an einer beliebigen Frequenz $\omega = 2\pi f$ einer periodischen Funktion *x(t)*

Damit wir *damit* etwas anfangen können müssen wir umformen und vereinfachen:

- Die kontinuierliche Funktion muss durch ein Array von diskreten Messwerten ersetzt werden!
- Die kontinuierliche Zeit muss durch einen Zähler, der die Abtastzeitpunkte zählt ersetzt werden.
- Die beliebig feine Integration muss durch die Summation diskreter Werte ersetzt werden.

Die Diskrete FT (DFT) - Nach der Umformung

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot k \cdot \frac{n}{N}}$$

Lies: So berechnet sich die diskrete Spektrallinie an der Position (k) einer periodischen Funktion bestehend aus N Abtastwerten im Array $x(n)$ $0 \leq n < N$

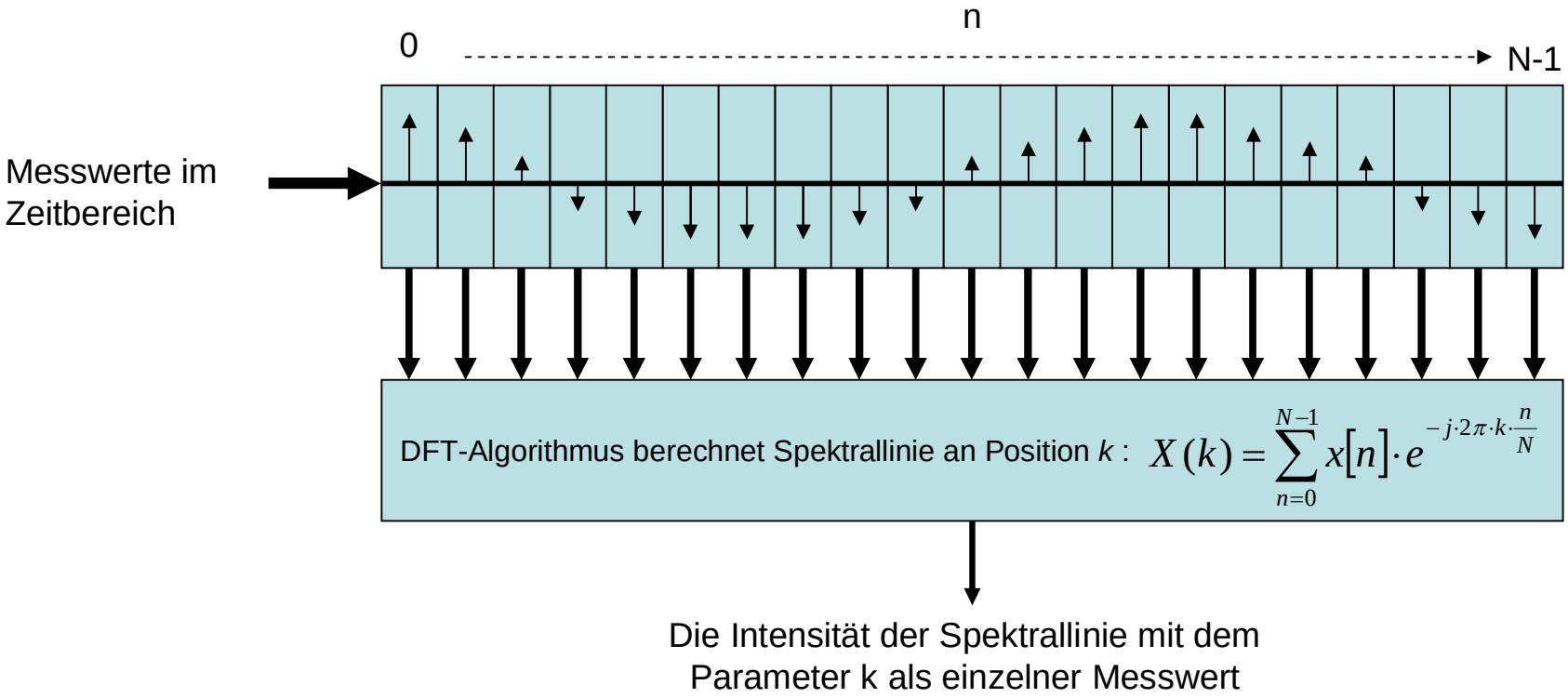
Allerdings machen wir dabei ein paar Fehler:

- Wir erhalten nur noch N diskrete Spektrallinien, kein kontinuierliches Spektrum
- Das Signal muss innerhalb von N Abtastwerten periodisch sein
- Durch die Quantisierung machen wir Amplitudenfehler.

Aber es funktioniert perfekt mit einem Digitalrechner…

Das Fenster zur DFT

So geht das prinzipiell.



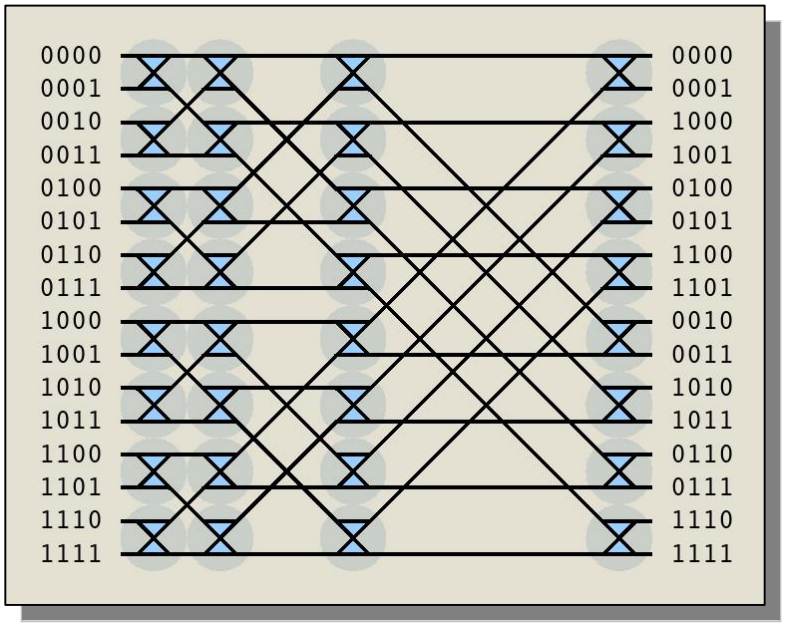
Aber in der Praxis geht es besser

Die schnelle Variante (FFT)

Ist *N* eine Zweierpotenz geht es einfacher:

Ein Array aus N Amplituden im Zeitbereich geht hinein,

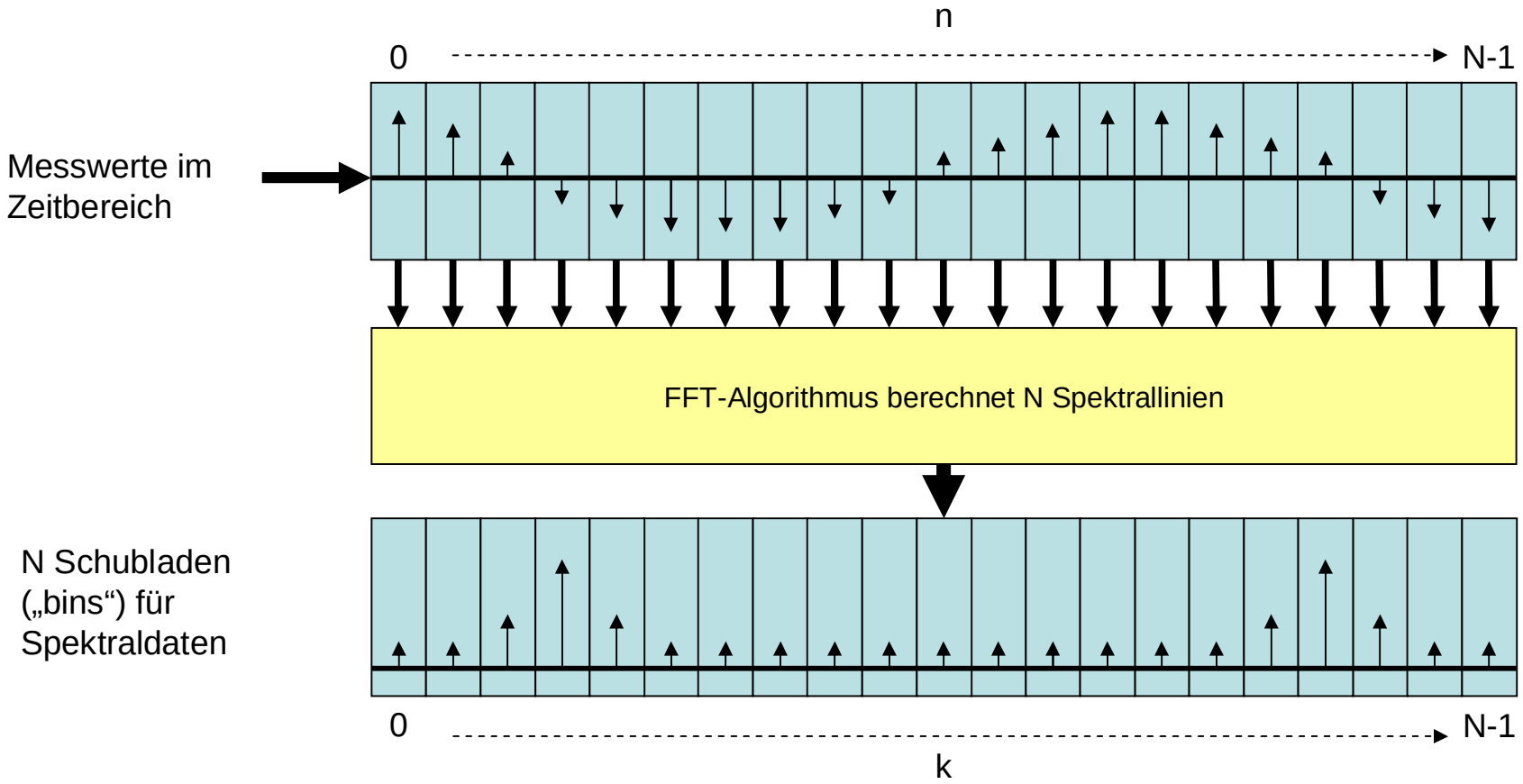
Ein Array mit N Intensitäten im Frequenzbereich kommt heraus!



Verfahren nach C.F. Gauß (1805) und J. Cooley und J.W. Tukey (1965)

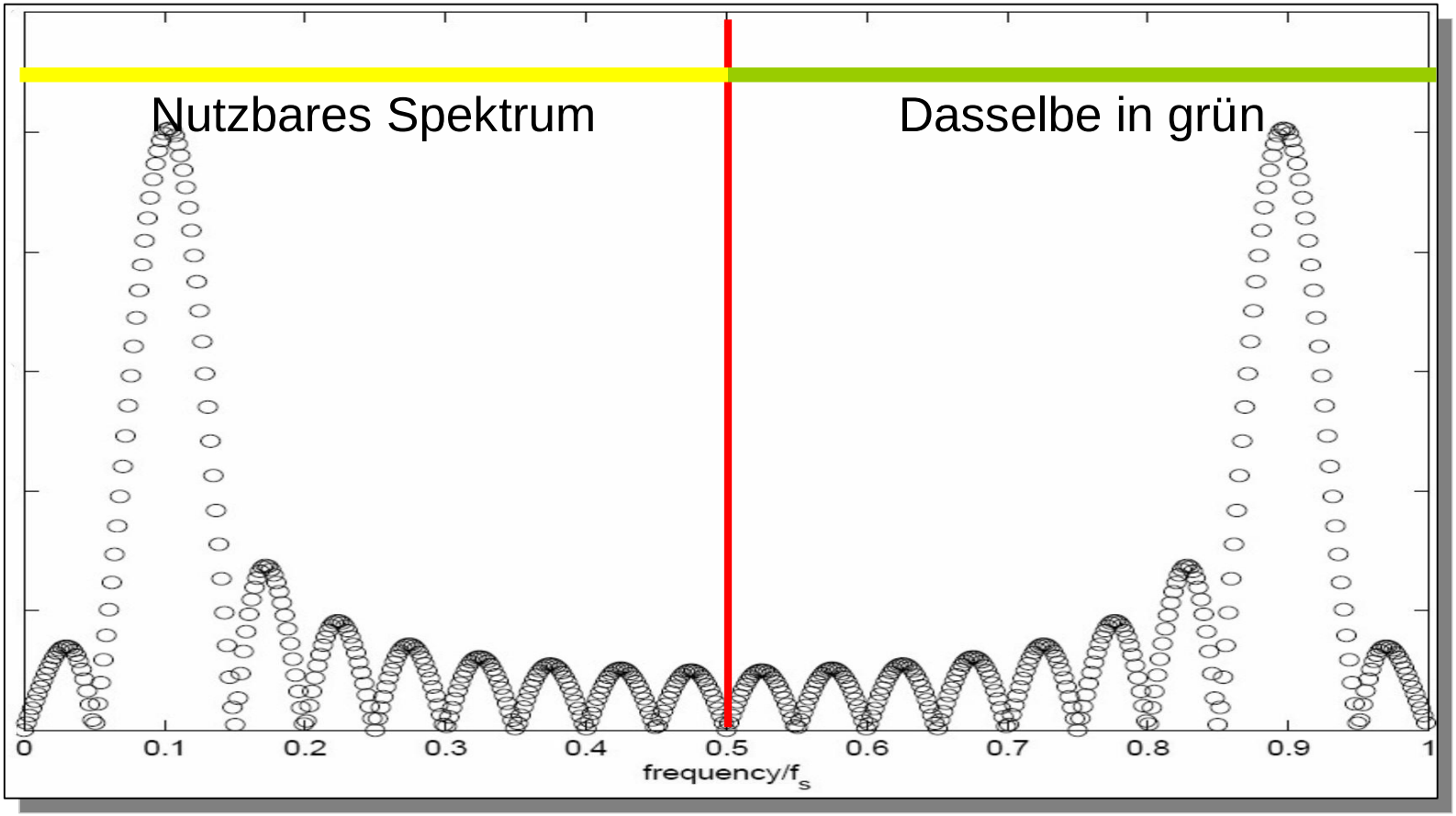
Der Trick mit der FFT

Funktioniert aber nur, wenn N eine Zweierpotenz ist!



Wir erhalten so einen ganzen Block von N Spektrallinien

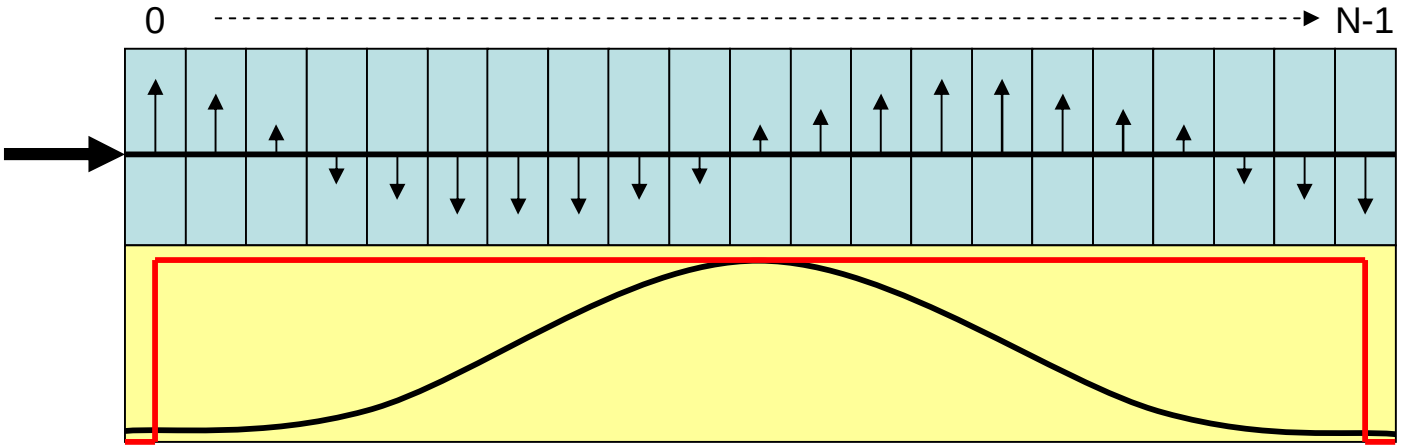
Das Kreuz mit der Symmetrie



Das so erzeugte Spektrum ist zur halben Abtastfrequenz symmetrisch.

Aha: Daher das Shannon/Nyquist-Kriterium (Abtasttheorem)!

Wenn das Signal *nicht* in N Abtastwerte passt?



… dann müssen wir die Abtastwerte vor der Berechnung der FFT „bewerten“, damit Randwerte das Ergebnis nicht über Gebühr verfälschen:

Typische „Fenster-Funktionen“ sind:

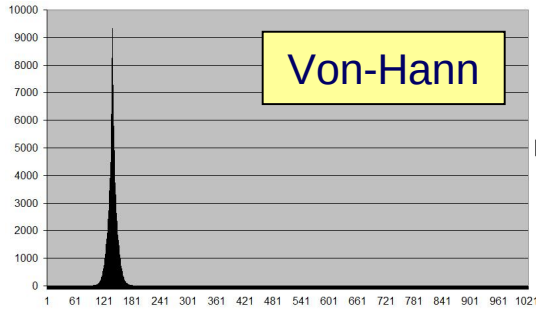
- von-Hann („Hanning“)
- Hamming
- Rechteck (eher schlecht…)

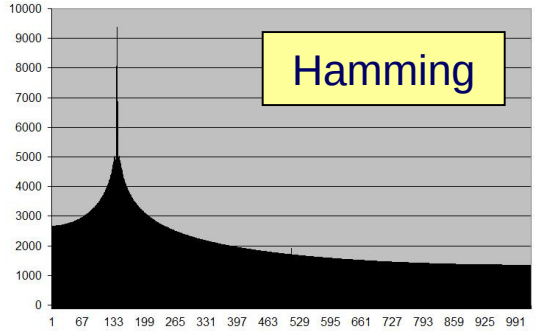
Wenn das Signal *nicht* in N Abtastwerte passt?

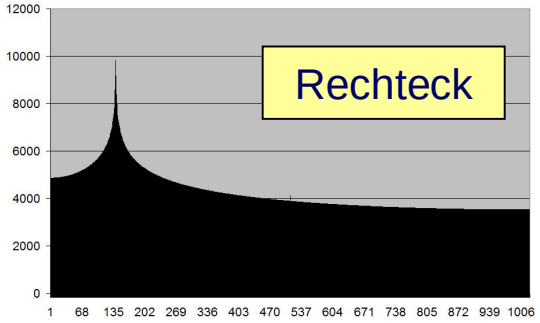
Beispiel:

16-Bit quantisiertes Sinussignal mit 3 kHz,
abgetastet mit 11025 Samples/sec,
FFT-Länge 2048
bewertet mit verschiedenen
Fensterfunktionen.

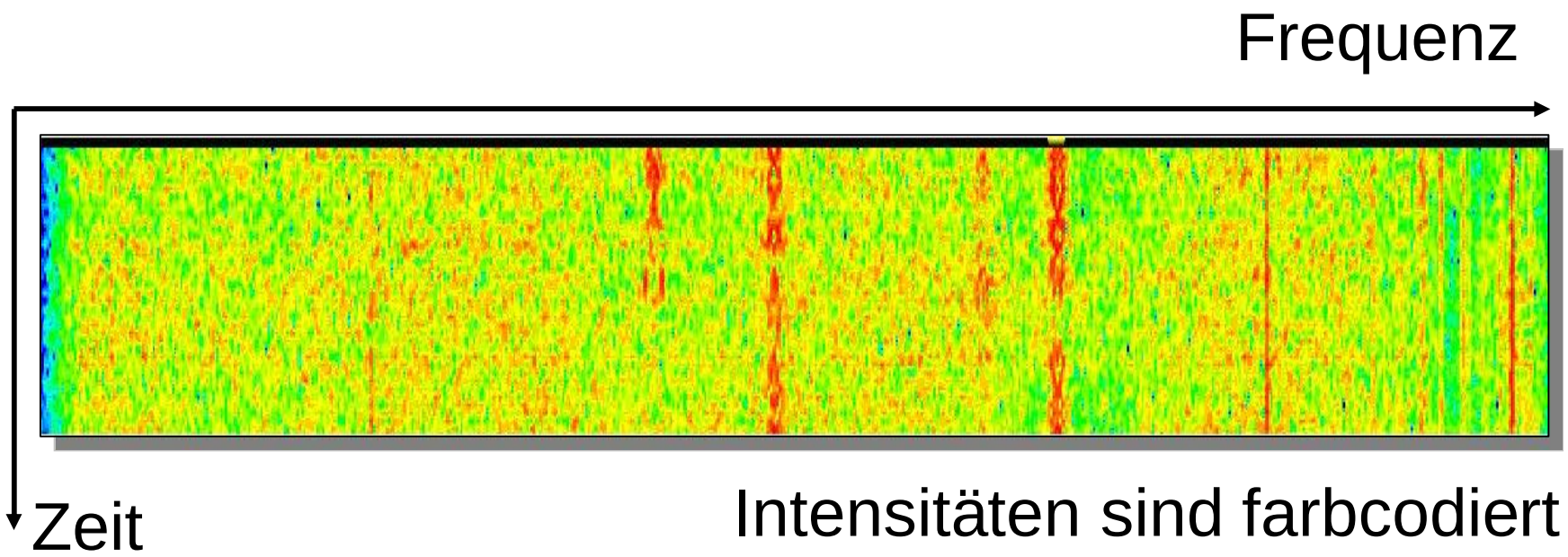
- Es gibt nicht *die eine* Fensterfunktion
- Tradeoff zwischen Aufwand und Wirkung





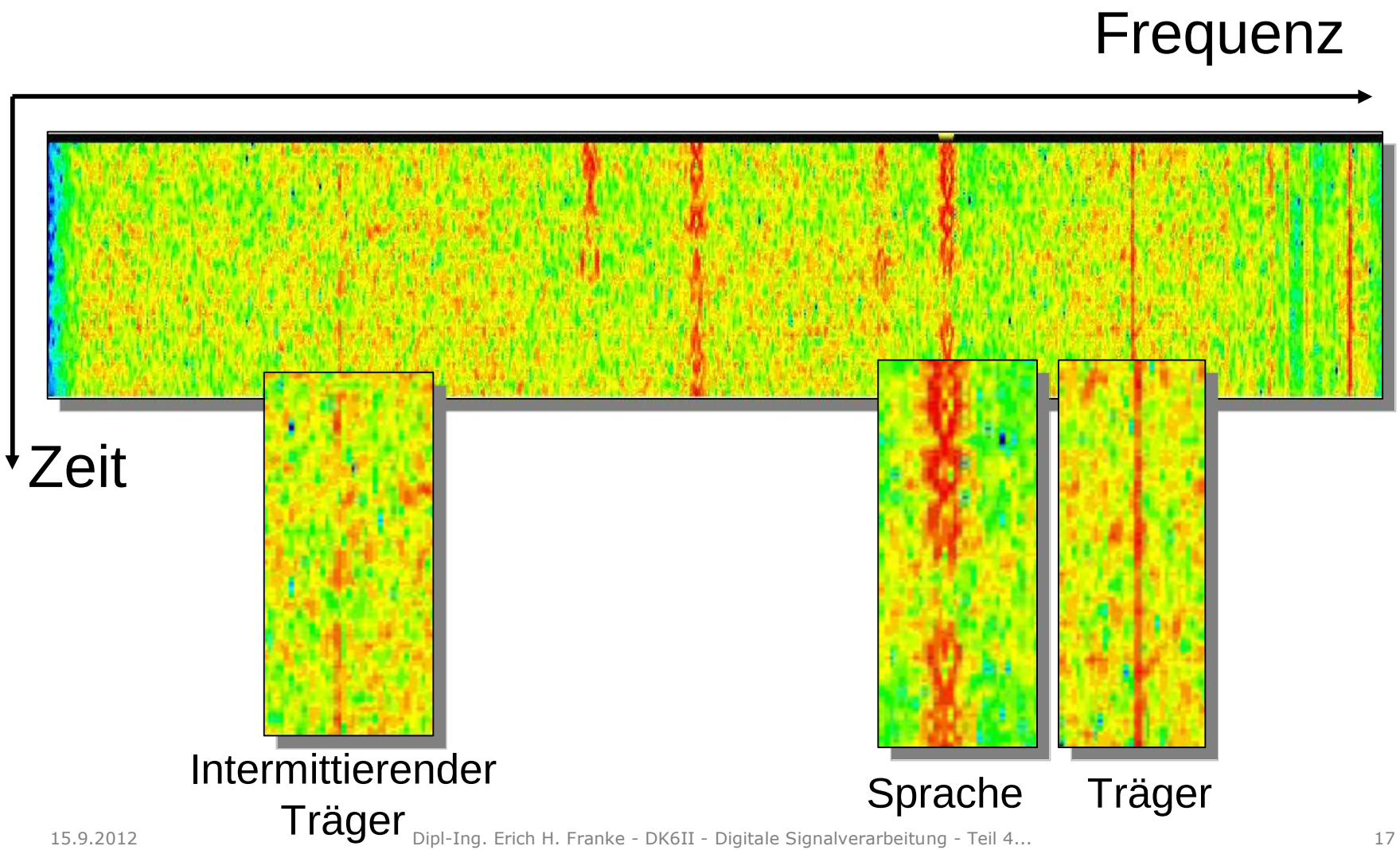


Anwendung: Wasserfalldiagramm

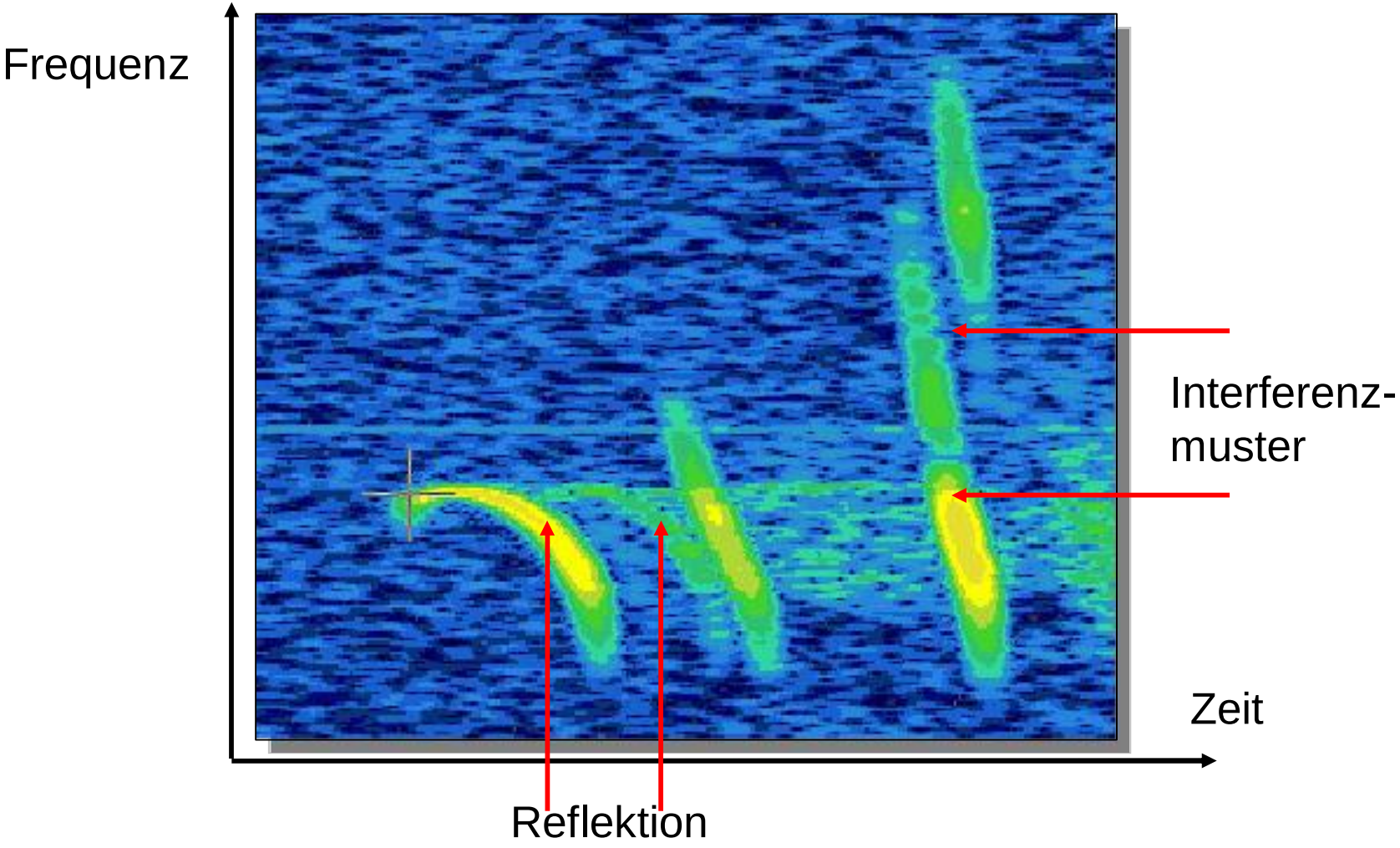


- Linie für Linie: Wir sehen alle Signale in einem Frequenzbereich „zur gleichen Zeit“.
- Linien werden untereinander geschrieben. Damit sehen wir zeitliche Veränderungen im Spektrum

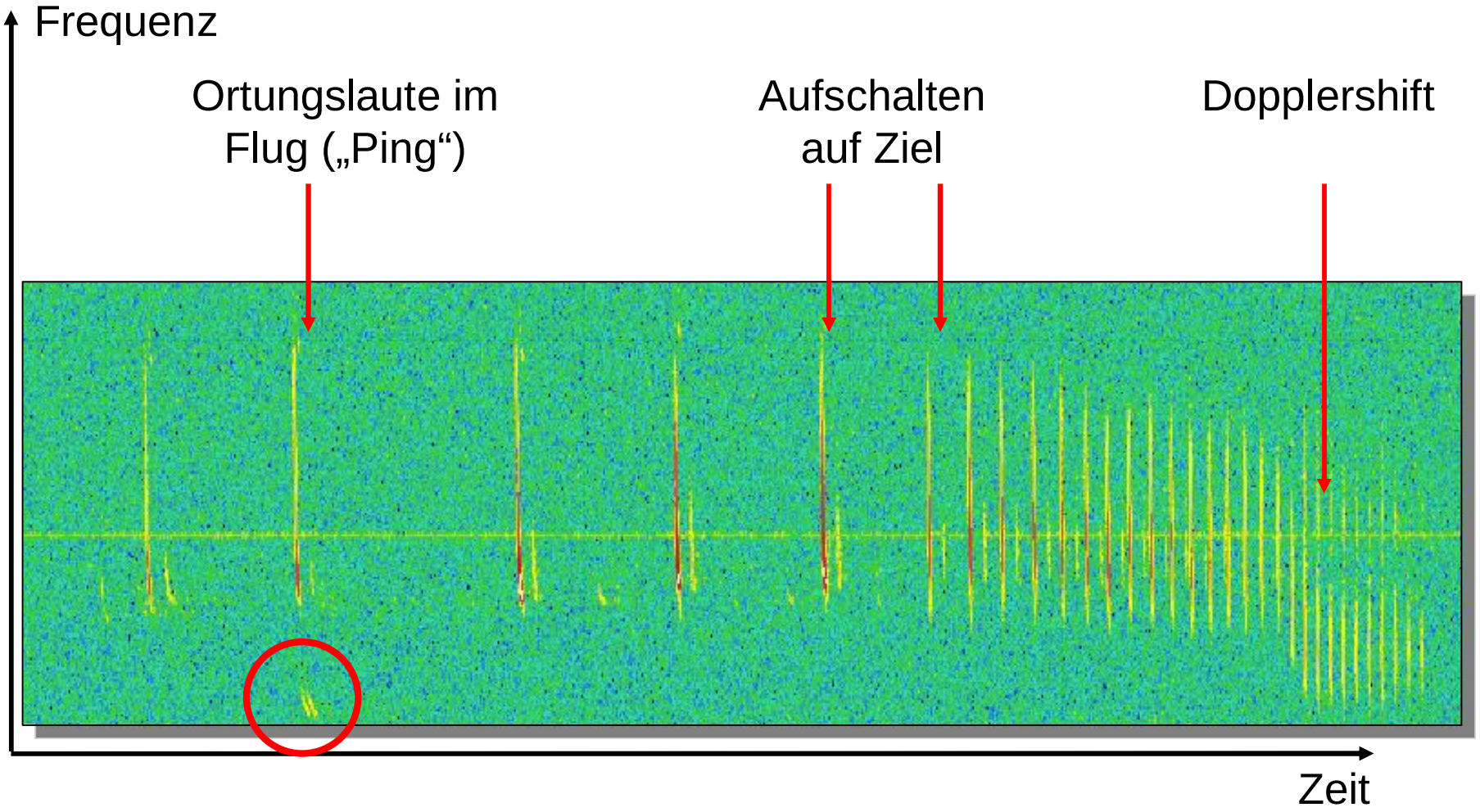
Anwendung: Wasserfalldiagramm



Anwendung: Sonogramm

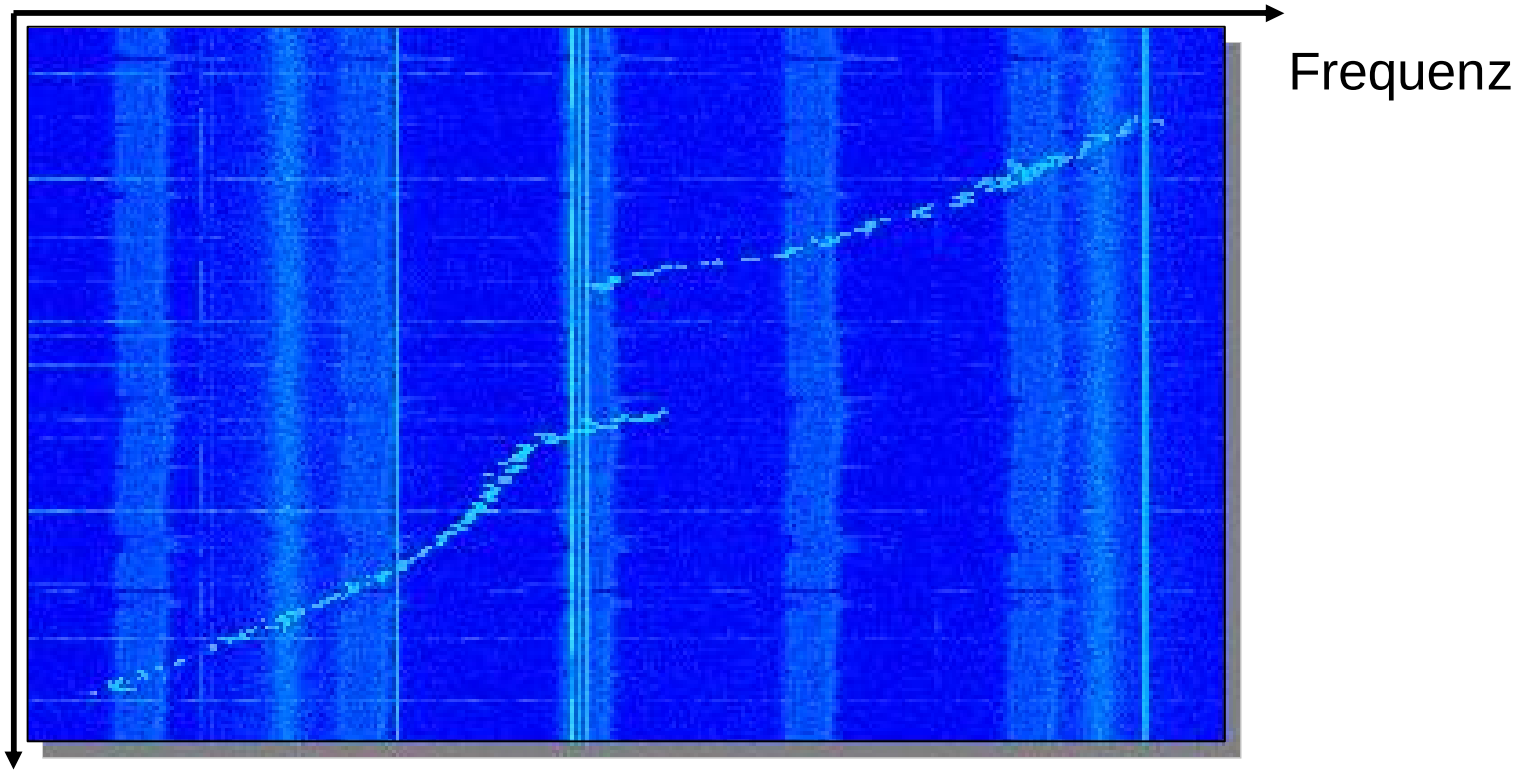


Anwendung: Sonogramm



Wasserfledermaus auf Jagd, ein Großer Abendsegler schaut zu…

Anwendung: Wasserfalldiagramm



- Ein frequenzagiles System auf Kurzwelle:
- Dieses Signal wäre mit einem Schmalbandempfänger praktisch nicht zu detektieren!

Fazit

- Spektrale Analyse ist ein wichtiges Hilfsmittel bei der Untersuchung von Signalen
- Die Berechnung lässt sich häufig mit handelsüblichen Digitalrechnern durchführen
- Die Mathematik sieht kompliziert aus, die Implementierung ist es häufig aber nicht.
- Viel Platz zum Experimentieren!

Vy 73

Bis zum nächsten Mal

Erich H. Franke
DK6II
erich.franke@afusoft.com